

Dans l'espace, on considère le cube ABCDEFGH représenté ci-contre.

On note I et J les milieux respectifs des segments  $[EH]$  et  $[FB]$ .

On munit l'espace du repère orthonormé  $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ .

1. Donner les coordonnées des points I et J.

2. (a) Montrer que le vecteur  $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$  est un vecteur normal au plan  $(BGI)$ .

(b) En déduire une équation cartésienne du plan  $(BGI)$ .

(c) On note K le milieu du segment  $[HJ]$ . Le point K appartient-il au plan  $(BGI)$  ?

3. Le but de cette question est de calculer l'aire du triangle BGI.

(a) En utilisant par exemple le triangle FIG pour base, démontrer que le volume du tétraèdre FBIG est égal à  $\frac{1}{6}$ .

(b) Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $\Delta$  passant par F et orthogonale au plan  $(BGI)$ .

(c) La droite  $\Delta$  coupe le plan  $(BGI)$  en  $F'$ . Montrer que le point  $F'$  a pour coordonnées  $(\frac{7}{9} ; \frac{4}{9} ; \frac{5}{9})$ .

(d) Calculer la longueur  $FF'$ . En déduire l'aire du triangle BGI.

