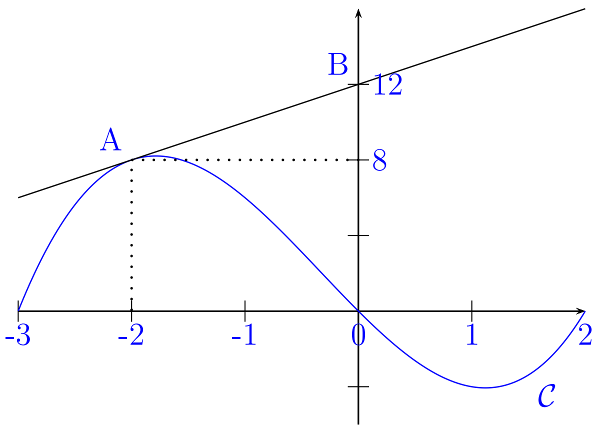

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-3\ ;\ 2]$.

La courbe $\mathcal{C}$ ci-dessous est la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal $\left(\text{O},\ \vec{i},\ \vec{j}\right)$.

En utilisant ce graphique :

1. Donner les valeurs entières de $f(-2)$ et $f(-1)$.

   On lit $f(-2) = 8$ et $f(-1) = 4$

2. Donner, dans l'intervalle $[-3\ ;\ 2]$, les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

   On lit : $f(x) = 0$ ssi $\Big(x = -3 \text{ ou } x = 0 \text{ ou } x = 2\Big)$

3. Donner, dans un tableau, le signe de $f(x)$ lorsque x varie dans l'intervalle $[-3\ ;\ 2]$.

x	-3		0		2
$f(x)$		$+$	0	$-$	

4. A est le point de la courbe $\mathcal{C}$ ayant pour abscisse -2 et B est le point de coordonnées $(0\,;\,12)$.

   En admettant que la droite (AB) est tangente au point A à la courbe $\mathcal{C}$, calculer $f'(-2)$.

   Le nombre $f'(-2)$ est la coefficient directeur de la tangente en -2,

   il est égal à $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{4}{2} = 2$. On a donc $f'(-2) = 2$

5. On suppose qu'il existe des réels a, b, c et d tels que pour tout x de l'intervalle $\mathcal{C}$, $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

   (a) En utilisant certains résultats obtenus au 1. a. et au 1. b., montrer que les réels a, b, c et d vérifient le système : $\left\{\begin{array}{rcl} -27a+9b-3c+d &=& 0 \\ d &=& 0 \\ 8a+4b+2c+d &=& 0 \\ -8a+4b-2c+d &=& 8 \end{array}\right.$

   $f(-3) = 0$ or $f(-3) = a(-3)^3 + b(-3)^2 + c(-3) + d$ donc $-27a + 9b - 3c + d = 0$

   $f(-2) = 8$ or $f(-2) = a(-2)^3 + b(-2)^2 + c(-2) + d$ donc $-8a + 4b - 2c + d = 8$

   $f(0) = 0$ or $f(0) = a0^3 + b0^2 + c0 + d$ donc $d = 0$

   $f(2) = 0$ or $f(2) = a2^3 + b2^2 + c(2) + d$ donc $8a + 4b + 2c + d = 0$

   (b) En déduire les valeurs des réels a, b, c et d et donner l'expression de $f(x)$ pour tout x de l'intervalle $[-3\ ;\ 2]$.

   Puisque la ligne 2 du système donne $d = 0$, il reste : $\left\{\begin{array}{rcl} -27a+9b-3c &=& 0 \\ 8a+4b+2c &=& 0 \\ -8a+4b-2c &=& 8 \end{array}\right.$

   En ajoutant les lignes 2 et 3, on obtient $4b = 8$ donc $b = 1$, le système devient : $\left\{\begin{array}{rcl} -27a+9-3c &=& 0 \\ 8a+4+2c &=& 0 \end{array}\right.$ puis $\left\{\begin{array}{rcl} 9a+c &=& 3 \\ 4a+c &=& -2 \end{array}\right.$

   Par différence des deux lignes, on a : $5a = 5$ donc $a = 1$ puis en remplaçant $c = -6$

   Finalement : $f(x) = x^3 + x^2 - 6x$