

On considère la suite définie par $U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + \frac{n}{5} + 1$ et $U_0 = 6$.

1. Quelles formules doit-on écrire dans A3 et B3 pour obtenir les premières valeurs de (U_n) en les "tirant vers bas" ?

	A	B	C
1	n	U_n	
2	0	6	
3			

2. Calculer U_1, U_2, \dots, U_{10} à 10^{-2} près.
3. On considère alors la suite (V_n) définie par $V_n = U_{n+1} - U_n$. Montrer que $V_{n+1} = \frac{2}{3}V_n + \frac{1}{5}$.
4. On considère maintenant la suite $W_n = V_n - \frac{3}{5}$. Montrer que (W_n) est géométrique. On précisera sa raison et son 1er terme.
5. En déduire W_n puis V_n en fonction de n .
6. Montrer que $U_n = 3 \times \left(1 + \frac{n}{5} - V_n\right)$. En déduire U_n en fonction de n .
7. Déterminer le premier entier à partir duquel $\left|U_n - \frac{3}{5}(n+2)\right|$ est inférieur à 10^{-2} .