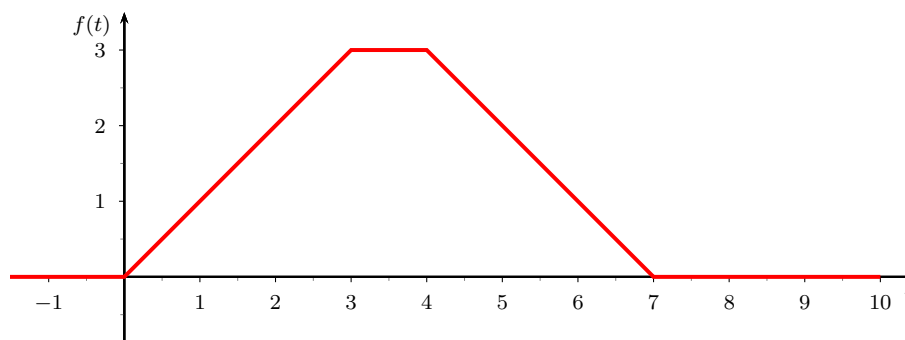
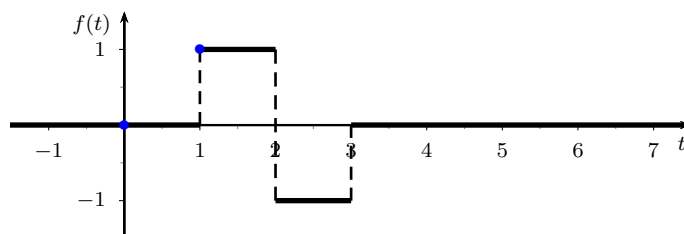


EXERCICE 1 Dessiner la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(t) = t \times U(t) - (t - 3) \times U(t - 3) - (t - 4) \times U(t - 4) + (t - 7) \times U(t - 7)$$



EXERCICE 2 Quelle est l'expression de la fonction dont le graphe est le suivant ?



$$f(t) = U(t - 1) - 2U(t - 2) + U(t - 3)$$

EXERCICE 3 Calculer les transformées des fonctions suivantes :

$$f(t) = 2t \times U(t) \text{ on a donc : } F(p) = \frac{2}{p^2}$$

$$f(t) = 2 \times U(t - 3) \text{ on a donc : } F(p) = \frac{2}{p} \times e^{-3p}$$

$$f(t) = 7 \sin(2t) \times U(t) \text{ on a donc : } F(p) = 7 \times \frac{2}{p^2 + 2^2} = \frac{14}{p^2 + 4}$$

$$f(t) = t \times U(t) - (t - 2) \times U(t - 2) \text{ on a donc : } F(p) = \frac{1}{p^2} - \frac{1}{p^2} e^{-2p}$$

EXERCICE 4 Retrouver les originaux des fonctions suivantes :

$$F(p) = \frac{5p}{p^2 + 4} = 5 \times \frac{p}{p^2 + 2^2} \text{ On a donc : } f(t) = 5 \cos(2t) \times U(t)$$

$$F(p) = (1 - e^{-3p}) \times \frac{1}{p^2} = \frac{1}{p^2} - \frac{1}{p^2} \times e^{-3p} \text{ On a donc : } f(t) = t \times U(t) - (t - 3) \times U(t - 3)$$

$$F(p) = \frac{3}{5p^2} + \frac{2}{3p + 1} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{p^2} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{p + \frac{1}{3}} \text{ On a donc } f(t) = \frac{3}{5} \times t \times U(t) + \frac{2}{3} \times e^{-t/3} \times U(t)$$

EXERCICE 5 On considère l'équation différentielle $y' + 3y = e^{-2t}U(t)$ et $y(0) = 3$

1. Écrire la transformée de l'équation et montrer que $Y(p) = \frac{3p+7}{(p+3)(p+2)}$

D'après le cours on a : $pY(p) - 3 + 3Y(p) = \frac{1}{p+2}$

puis $(p+3)Y(p) = 3 + \frac{1}{p+2}$ puis $Y(p) = \frac{3}{p+3} + \frac{1}{(p+2)(p+3)}$

puis $Y(p) = \frac{3(p+2)+1}{(p+2)(p+3)}$ et enfin $Y(p) = \frac{3p+7}{(p+3)(p+2)}$

2. Déterminer les valeurs des constantes réelles A et B pour que $Y(p) = \frac{3p+7}{(p+3)(p+2)} = \frac{A}{p+2} + \frac{B}{p+3}$

Pour trouver A , associé à $(p+3)$ on multiplie $Y(p)$ par $(p+3)$ on simplifie et on fait tendre p vers -3 On obtient : $(p+3)Y(p) = \frac{(3p+7)(p+3)}{(p+3)(p+2)} = \frac{A(p+3)}{(p+3)} + \frac{B(p+3)}{p+2}$ puis

$(p+3)Y(p) = \frac{3p+7}{p+2} = A + \frac{B(p+3)}{p+2}$ et enfin $\lim_{p \rightarrow -3} (p+3)Y(p) = \frac{-2}{-1} = A + 0$ donc $A = 2$

Pour trouver B , associé à $(p+2)$ on multiplie $Y(p)$ par $(p+2)$ on simplifie et on fait tendre p vers -2 On obtient : $(p+2)Y(p) = \frac{(3p+7)(p+2)}{(p+3)(p+2)} = \frac{A(p+2)}{(p+3)} + \frac{B(p+2)}{p+2}$ puis

$(p+2)Y(p) = \frac{3p+7}{(p+3)} = \frac{A(p+2)}{(p+3)} + B$ et enfin $\lim_{p \rightarrow -2} (p+2)Y(p) = \frac{1}{1} = 0 + B$ donc $B = 1$

On a établi que : $Y(p) = \frac{3p+7}{(p+3)(p+2)} = \frac{2}{p+3} + \frac{1}{p+2}$

3. En déduire la solution de l'équation différentielle.

Connaissant la tables des originaux usuels, l'égalité : $Y(p) = \frac{3p+7}{(p+3)(p+2)} = \frac{2}{p+3} + \frac{1}{p+2}$

donne pour tout réel, t , $y(t) = 2e^{-3t}U(t) + e^{-2t}U(t)$