

1 Appliquer un pourcentage

Appliquer un pourcentage à une quantité, c'est chercher une partie de cette quantité.

$$p\% = \frac{p}{100}$$

Pour calculer $p\%$ d'une quantité Q , on peut donc calculer :

$$p\% \text{ de } Q = \frac{p}{100} \times Q$$

Exemple : calculer 20% de 50.

$$20\% \text{ de } 50 = \frac{20}{100} \times 50 = 10$$

Donc 20% de 50 est égal à 10.

2 Calculer un pourcentage

Pour calculer quel pourcentage représente une quantité A par rapport à une quantité B , on calcule :

$$\frac{A}{B} \times 100$$

Exemple : dans une classe de 25 élèves, 10 sont externes. Quel pourcentage des élèves sont externes ?

$$\frac{10}{25} \times 100 = 40$$

Donc 40% des élèves sont externes.

3 Augmenter une quantité d'un pourcentage

Augmenter une quantité de $p\%$, c'est ajouter $p\%$ de cette quantité.

Exemple : un article coûte 80 €. Son prix augmente de 10%.

On calcule d'abord l'augmentation :

$$10\% \text{ de } 80 = \frac{10}{100} \times 80 = 8$$

Le nouveau prix est donc :

$$80 + 8 = 88 \text{ €}$$

L'article coûte maintenant 88 € .

4 Réduire une quantité d'un pourcentage

Réduire une quantité de $p\%$, c'est enlever $p\%$ de cette quantité.

Exemple : un vêtement coûte 60 €. Il bénéficie d'une réduction de 20%.

On calcule la réduction :

$$20\% \text{ de } 60 = \frac{20}{100} \times 60 = 12$$

Le nouveau prix est :

$$60 - 12 = 48 \text{ €}$$

Le vêtement coûte donc 48 € .

5 Calculer une variation en pourcentage

Pour calculer de combien une quantité a augmenté ou diminué en pourcentage, on compare la variation à la valeur de départ.

$$\text{Variation} = \text{valeur finale} - \text{valeur initiale}$$

Puis :

$$\text{Taux de variation} = \frac{\text{variation}}{\text{valeur initiale}} \times 100$$

Exemple 1 : le prix d'un article passe de 50 € à 60 € .

La variation est :

$$60 - 50 = 10$$

Le taux de variation est :

$$\frac{10}{50} \times 100 = 20$$

Le prix a donc augmenté de 20%.

Exemple 2 : le prix d'un article passe de 80 € à 60 € .

La variation est :

$$60 - 80 = -20$$

Le taux de variation est :

$$\frac{-20}{80} \times 100 = -25$$

Le prix a donc diminué de 25%.

À retenir :

$$\text{Taux de variation} = \frac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}} \times 100$$

- Si le résultat est positif, il s'agit d'une **augmentation**.
- Si le résultat est négatif, il s'agit d'une **diminution**.

6 Le coefficient multiplicateur

Le coefficient multiplicateur permet de calculer directement la nouvelle quantité.

6.1 Augmentation

Pour une augmentation de $p\%$, le coefficient multiplicateur est :

$$1 + \frac{p}{100}$$

Exemple : augmenter 80 de 10%.

$$1 + \frac{10}{100} = 1,10$$

Donc :

$$80 \times 1,10 = 88$$

On retrouve bien 88 € .

6.2 Réduction

Pour une réduction de $p\%$, le coefficient multiplicateur est :

$$1 - \frac{p}{100}$$

Exemple : réduire 60 de 20%.

$$1 - \frac{20}{100} = 0,80$$

Donc :

$$60 \times 0,80 = 48$$

On retrouve bien 48 € .

7 Évolutions successives

Lorsqu'une quantité subit plusieurs évolutions à la suite, on obtient son évolution globale en multipliant les coefficients multiplicateurs.

7.1 Coefficient multiplicateur global

Si une quantité subit successivement deux évolutions de coefficients multiplicateurs CM_1 et CM_2 , le coefficient multiplicateur global est :

$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2$$

Plus généralement, pour n évolutions successives :

$$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2 \times \cdots \times CM_n$$

Exemple : le prix d'un article de 100 € augmente de 10 %, puis diminue de 10 %.
Les coefficients multiplicateurs sont :

$$CM_1 = 1 + \frac{10}{100} = 1,10 \quad \text{et} \quad CM_2 = 1 - \frac{10}{100} = 0,90$$

Donc :

$$CM_{\text{global}} = 1,10 \times 0,90 = 0,99$$

Le prix final est $100 \times 0,99 = 99$ €.

7.2 Taux d'évolution global

À partir du coefficient multiplicateur global, on retrouve le taux d'évolution global :

$$\text{taux d'évolution global} = (CM_{\text{global}} - 1) \times 100 \%$$

Dans l'exemple précédent :

$$(0,99 - 1) \times 100 = -1$$

Le prix a donc globalement diminué de 1 %.

7.3 Attention : les taux ne s'additionnent pas

Exemple : une quantité augmente de 20 %, puis de 30 %.

$$CM_{\text{global}} = 1,20 \times 1,30 = 1,56$$

Le taux d'évolution global est :

$$(1,56 - 1) \times 100 = 56$$

La quantité a donc augmenté de 56 % et non de $20 + 30 = 50$ %.

À retenir : on ne additionne jamais les taux d'évolution successifs, on multiplie les coefficients multiplicateurs.

7.4 Évolution réciproque

L'évolution réciproque d'une évolution de coefficient multiplicateur CM est l'évolution qui permet de revenir à la valeur de départ. Son coefficient multiplicateur est :

$$CM_{\text{réciproque}} = \frac{1}{CM}$$

Exemple : un article de 80 € augmente de 25 %.

$$CM = 1,25 \quad \text{donc} \quad CM_{\text{réciproque}} = \frac{1}{1,25} = 0,80$$

Pour revenir au prix de départ, il faut donc appliquer une baisse de :

$$(0,80 - 1) \times 100 = -20$$

soit une diminution de 20 %.

Une augmentation de 25 % n'est donc pas compensée par une baisse de 25 %.

8 Évolutions moyennes

8.1 Taux d'évolution moyen

Lorsqu'une quantité subit 2 évolutions successives, le **taux d'évolution moyen** (ou taux moyen par période) est le taux t_m qui, appliqué 2 fois de suite, donnerait la même évolution globale. Si CM_{moyen} est le coefficient multiplicateur associé à ce taux, on a :

$$(CM_{\text{moyen}})^n = CM_{\text{global}}$$

Donc :

$$CM_{\text{moyen}} = \sqrt[n]{CM_{\text{global}}} = CM_{\text{global}}^{\frac{1}{n}}$$

Puis :

$$t_m = (CM_{\text{moyen}} - 1) \times 100 \%$$

Exemple : en 2 ans, le prix d'un article a augmenté de 33,1 %. Quel est le taux d'évolution annuel moyen ?

$$CM_{\text{global}} = 1 + \frac{33,1}{100} = 1,331$$

$$CM_{\text{moyen}} = \sqrt{1,331} = 1,154$$

Le taux annuel moyen est donc :

$$(1,154 - 1) \times 100 \approx 15,4$$

Le prix a augmenté en moyenne de 15,4 % par an.

Vérification : $1,154^2 = 1,331$.

8.2 Moyenne arithmétique des taux et taux moyen

Le taux d'évolution moyen n'est **pas** la moyenne arithmétique des taux.

Exemple : une quantité augmente de 50 %, puis diminue de 50 %.

La moyenne arithmétique des taux est :

$$\frac{50 + (-50)}{2} = 0 \%$$

mais le coefficient multiplicateur global est :

$$CM_{\text{global}} = 1,50 \times 0,50 = 0,75$$

Le taux global est donc de -25% , et le coefficient multiplicateur moyen est :

$$CM_{\text{moyen}} = \sqrt{0,75} \approx 0,866$$

soit un taux moyen d'environ $-13,4 \%$ par période.

9 À retenir

Situation	Calcul
Calculer $p \%$ de Q	$\frac{p}{100} \times Q$
Calculer le pourcentage que représente A par rapport à B	$\frac{A}{B} \times 100$
Calculer un taux de variation	$\frac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}} \times 100$
Augmenter de $p \%$	$Q \times \left(1 + \frac{p}{100}\right)$
Réduire de $p \%$	$Q \times \left(1 - \frac{p}{100}\right)$
Retrouver le taux à partir de CM	$(CM - 1) \times 100$
Évolutions successives	$CM_{\text{global}} = CM_1 \times CM_2 \times \dots \times CM_n$
Évolution réciproque	$CM_{\text{réciproque}} = \frac{1}{CM}$
Évolution moyenne sur 2 périodes	$CM_{\text{moyen}} = \sqrt{CM_{\text{global}}}$

Astuce :

augmentation $\longrightarrow$ coefficient supérieur à 1

réduction $\longrightarrow$ coefficient inférieur à 1

Par exemple :

$$+20 \% \longrightarrow 1,20 \qquad -20 \% \longrightarrow 0,80$$

Attention : les taux d'évolution ne s'additionnent pas et ne se moyennent pas : on travaille toujours avec les coefficients multiplicateurs.