

Rappels : présentation soignée, exercices clairement séparés, résultats encadrés, tableaux à la règle et au crayon.

EXERCICE 1 Calculer le module et un argument de $z = \frac{-2 + 2i}{\sqrt{3} - i}$ puis de z^3

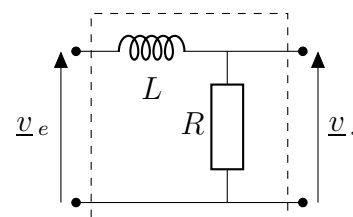
EXERCICE 2 Développer et réduire $(z^2 - 1)(z^2 + 4)$

En déduire toutes les solutions dans $\mathbb{C}$ de $z^5 + 3z^3 - 4z = 0$

EXERCICE 3

Le quadripole ci-contre est caractérisé par une fonction de transfert

$$T(\omega) = \frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = \frac{R}{R + jL\omega}. \quad \text{où } \omega \text{ est la pulsation de } \underline{v}_e.$$



On note $\omega_0 = \frac{R}{L}$, $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ et $T(\omega) = f(x)$.

1. Montrer que $f(x) = \frac{1}{1 + jx}$.

2. En expliquant, calculer $\arg(f(1))$.

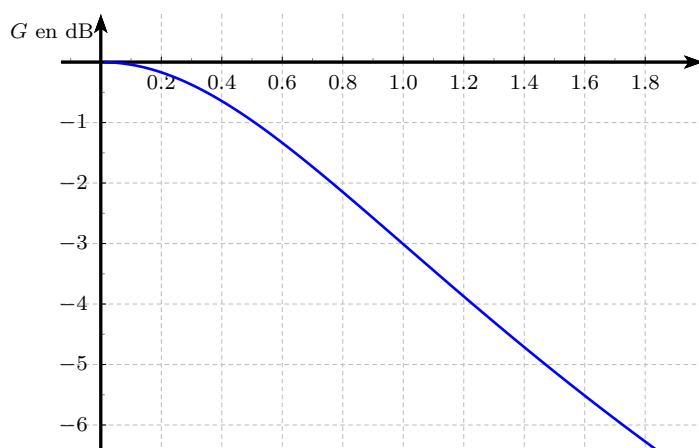
3. Par ailleurs, on note $G(x) = 20 \log |f(x)|$ le gain du système.

a) Montrer que $G(x) = -\frac{10}{\ln(10)} \ln(1 + x^2)$.

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0+} G(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} G(x)$.

c) Établir le tableau de variation de la fonction G .

4. Un grapheur nous donne la courbe représentant G pour x variant de 0,05 à 1,87.



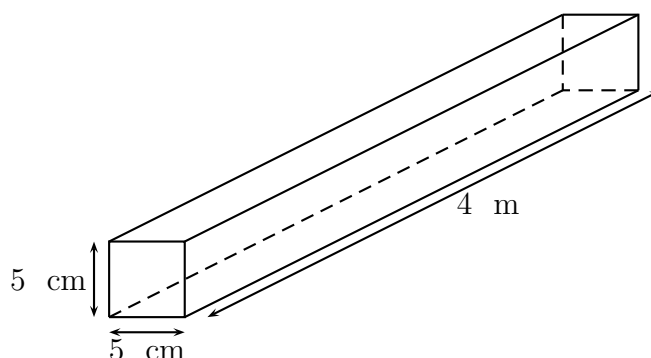
On appelle bande passante les fréquences pour lesquelles $G(x) > -3dB$. Déterminer **par le calcul** les valeurs de x puis de ω pour lesquelles le gain est supérieur à $-3dB$. En déduire la bande passante. Le dispositif électronique étudié est-il un filtre passe bas ou un filtre passe haut ?

EXERCICE 4

Le bois d'épicéa est couramment utilisé en France pour la construction.

Avant son utilisation, il est nécessaire de le faire sécher.

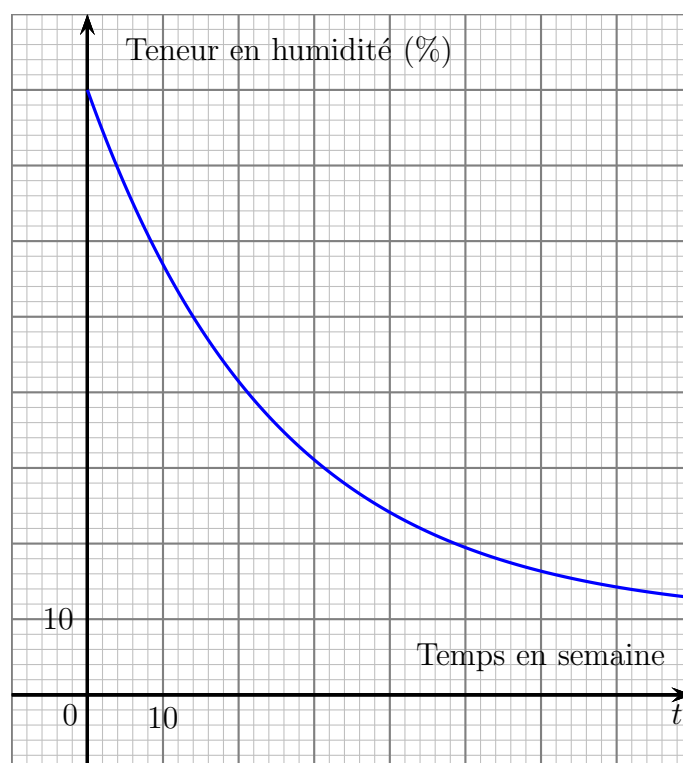
La teneur en humidité du bois d'épicéa correspond au pourcentage d'eau contenu dans le bois.



Partie A - Lecture graphique

On considère ici des poutres d'épicéa ayant la forme d'un pavé droit de longueur 4 m et dont la base est un carré de côté 5 cm.

On admet que la fonction représentée ci-dessous est la fonction f qui exprime la teneur en humidité du bois d'épicéa, en pourcentage, en fonction du temps t , exprimé en semaine.



Répondre aux questions suivantes, avec la précision permise par le graphique :

1. Quelle est la teneur en humidité d'une poutre après 20 semaines de séchage ?
2. Ces poutres sont vendues une fois que leur teneur en humidité est inférieure à 20 %.
Au bout de combien de temps, ces poutres peuvent elles être vendues ?

Partie B - Teneur en humidité

Dans cette partie, on admet que l'expression de la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ représentant la teneur en humidité, en pourcentage, du bois d'épicéa en fonction du temps t , exprimé en semaine, est :

$$f(t) = 0,7 e^{-0,04t} + 0,1$$

À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on a obtenu la capture d'écran suivante :

► Calcul formel ☒	
1	$f(t) := 0.7 \exp(-0.04t) + 0.1$ $\approx f(t) := 0.7 e^{-0.04t} + 0.1$
2	Dérivée[f] $\approx -0.028 e^{-0.04t}$
3	Limite[f , $+\infty$] ≈ 0.1

1. En utilisant les résultats précédents, répondre aux questions suivantes :
 - a) Donner la limite de f lorsque t tend vers $+\infty$.
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
 - b) À l'aide du contexte, conjecturer les variations de la fonction f sur $[0 ; +\infty[$.
 - c) Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
2. a) Résoudre pour t appartenant à $[0 ; +\infty[$ l'inéquation : $f(t) \leq 0,2$.
Arrondir le résultat à l'unité.
 - b) Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.