

EXERCICE 1 Résoudre $6x + 1 = -4x + 7$

$6x + 1 = -4x + 7$ équivaut à $6x + 4x = 7 - 1$ puis à $10x = 6$ puis à $x = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ donc $\mathcal{S} = \left\{ \frac{3}{5} \right\}$

EXERCICE 2 Résoudre l'inéquation $5x + 4 > 11x$

$5x + 4 > 11x$ équivaut à $-6x > 4$ puis à $x < \frac{4}{-6}$ donc à $x < \frac{-2}{3}$ donc $\mathcal{S} = \left] -\infty; \frac{2}{3} \right[$

EXERCICE 3 Déterminer le tableau de signe de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -\frac{1}{3}x + 2$

$-\frac{1}{3}x + 2 = 0$ équivaut à $-\frac{1}{3}x = -2$ puis à $x = 6$

par ailleurs f est une fonction affine décroissante car le coefficient de x est négatif. On a donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$-\frac{1}{3}x + 2$	$+$	0	$-$

EXERCICE 4 Factoriser les expressions : $f(x) = x^2 + 5x - 14$ $f(x) = 9 - 4x^2$

• $f(x) = x^2 + 5x - 14$

son discriminant est $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times (-14) = 25 + 56 = 81 > 0$

Ses racines sont $x_1 = \frac{-5 - \sqrt{81}}{2 \times 1} = \frac{-5 - 9}{2} = -7$ et $x_2 = \frac{-5 + \sqrt{81}}{2 \times 1} = \frac{-5 + 9}{2} = 2$

donc la factorisation est $f(x) = 1(x - (-7)) \times (x - 2)$

c'est à dire $f(x) = (x + 7)(x - 2)$

• $f(x) = 9 - 4x^2$ on peut utiliser la même technique ou reconnaître $A^2 - B^2$

ici $f(x) = 9 - 4x^2 = 3^2 - (2x)^2$ donc $f(x) = (3 - 2x)(3 + 2x)$

EXERCICE 5 Résoudre les équations suivantes :

$(E_1) \quad x^2 - 5x + 6 = 0$ $(E_2) \quad 4x^2 + 4x + 1 = 0$ $(E_3) \quad x^2 + 3x = 18$

$(E_1) \quad x^2 - 5x + 6 = 0$

Son discriminant est $\Delta = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 6 = 25 - 24 = 1 > 0$

Ses racines sont $x_1 = \frac{-(-5) - \sqrt{1}}{2 \times 1} = \frac{5 - 1}{2} = \frac{4}{2} = 2$ et $x_2 = \frac{-(-5) + \sqrt{1}}{2 \times 1} = \frac{5 + 1}{2} = \frac{6}{2} = 3$

donc $\mathcal{S} = \{2; 3\}$

$$(E_2) \quad 4x^2 + 4x + 1 = 0$$

Son discriminant est $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 4 = 16 - 16 = 0$

Sa racine est $x_0 = \frac{-4}{2 \times 4} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$

donc $\mathcal{S} = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$

$$(E_3) \quad x^2 + 3x = 18. \text{ On commence par lui donner le forme attendue : } x^2 + 3x - 18 = 0$$

Son discriminant est $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times (-18) = 9 + 72 = 81 > 0$

Ses racines sont $x_1 = \frac{-3 - \sqrt{81}}{2 \times 1} = \frac{-3 - 9}{2} = -6$ et $x_2 = \frac{-3 + \sqrt{81}}{2 \times 1} = \frac{-3 + 9}{2} = 3$

donc $\mathcal{S} = \{-6; 3\}$

EXERCICE 6 Déterminer le tableau de signe de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -x^2 + 4x - 3 \text{ puis résoudre } f(x) < 0$$

On recherche ses racines :

Son discriminant est $\Delta = 4^2 - 4 \times (-1) \times (-3) = 16 - 12 = 4 > 0$

Ses racines sont $x_1 = \frac{-4 - \sqrt{4}}{2 \times (-1)} = \frac{-4 - 2}{-2} = 3$ et $x_2 = \frac{-4 + \sqrt{4}}{2 \times (-1)} = \frac{-4 + 2}{-2} = 1$

Donc $f(x)$ est en fait le produit : $f(x) = (-1)(x - 1)(x - 3)$

On peut alors dresser le tableau de signes :

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
-1	$-$	$-$	$-$		
$x - 1$	$-$	0	$+$	$+$	
$x - 3$	$-$	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

On peut alors lire les solutions de $f(x) < 0$: on lit $x \in]-\infty; 1[\cup]3; +\infty[$

EXERCICE 7 Déterminer l'expression algébrique de la fonction affine vérifiant :

$$f(3) = 3 \text{ et } f(6) = 1 \text{ puis calculer } f(10).$$

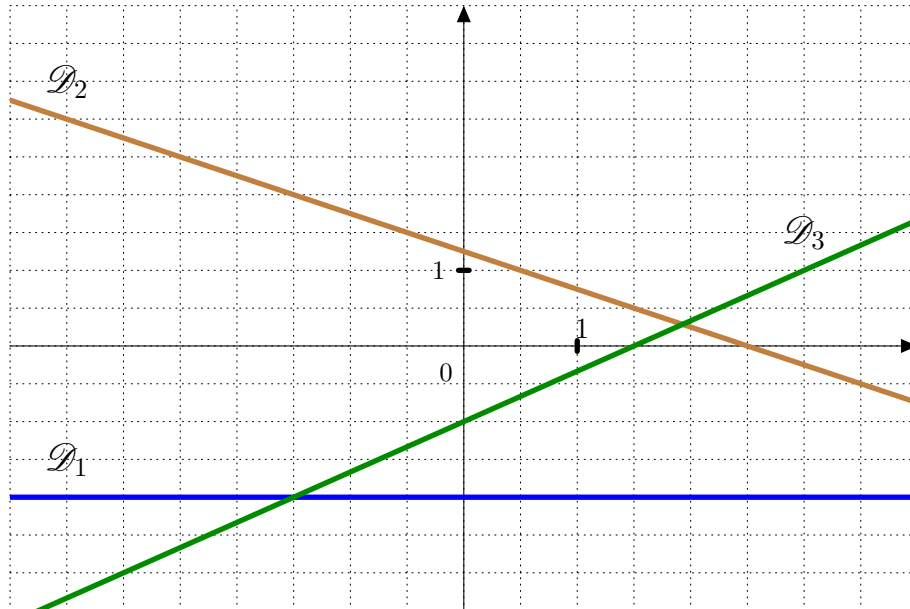
Puisque la fonction est affine, son expression est de la forme : $f(x) = ax + b$

avec $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ et $b = y_A - a \times x_A$

donc $a = \frac{1 - 3}{6 - 3} = \frac{-2}{3}$ et $b = 3 - 3 \times \frac{-2}{3} = 3 + 2 = 5$ donc $f(x) = -\frac{2}{3}x + 5$

Puis on peut alors calculer $f(10) = -\frac{20}{3} + 5$ donc $f(10) = \frac{-5}{3}$

EXERCICE 8 Déterminer les expressions algébriques des fonctions affines dont les graphes sont dessinés ici :



$\mathcal{D}_1$ est horizontale et passe par $(0; -2)$ donc son équation est $y = -2$

$\mathcal{D}_2$ passe par $A(-2,5; 2,5)$ et $B(2,5; 0)$

donc $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 2,5}{2,5 - (-2,5)} = \frac{-1}{2}$ et $b = y_B - a \times x_B = \frac{5}{4}$

donc son équation est $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$

$\mathcal{D}_3$ passe par $C(-1,5; -2)$ et $D(1,5; 0)$

donc $a = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{0 - (-2)}{1,5 - (-1,5)} = \frac{2}{3}$ et $b = y_D - a \times x_D = -1$

donc son équation est $y = \frac{2}{3}x - 1$

EXERCICE 9 Résoudre $6x - 3 = -2x + 7$

$6x - 3 = -2x + 7$ équivaut à $6x + 2x = 7 + 3$ puis à $8x = 10$ puis à $x = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$ donc $\mathcal{S} = \left\{ \frac{5}{4} \right\}$

EXERCICE 10 Résoudre l'inéquation $5x + 4 < 24x$

$5x + 4 < 24x$ équivaut à $-19x < -4$ puis à $x > \frac{4}{19}$ car $-19 < 0$ donc le sens change donc

$$\mathcal{S} = \left] \frac{4}{19}, +\infty \right[$$

EXERCICE 11 Déterminer le tableau de signe de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{1}{3}x - 2$

$\frac{1}{3}x - 2 = 0$ équivaut à $\frac{1}{3}x = 2$ puis à $x = 6$

par ailleurs f est une fonction affine croissante car le coefficient de x est positif. On a donc le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$\frac{1}{3}x - 2$	-	0	+

EXERCICE 12 Factoriser les expressions : $f(x) = x^2 + 6x - 7$ $f(x) = 4 - 9x^2$

• $f(x) = x^2 + 6x - 7$

son discriminant est $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times (-7) = 36 + 28 = 64 > 0$

Ses racines sont $x_1 = \frac{-6 - \sqrt{64}}{2 \times 1} = \frac{-6 - 8}{2} = -7$ et $x_2 = \frac{-6 + \sqrt{64}}{2 \times 1} = \frac{2}{2} = 1$

donc la factorisation est $f(x) = 1(x - (-7)) \times (x - 1)$

c'est à dire $f(x) = (x + 7)(x - 1)$

• $f(x) = 4 - 9x^2$ on peut utiliser la même technique ou reconnaître $A^2 - B^2$

ici $f(x) = 4 - 9x^2 = 2^2 - (3x)^2$ donc $f(x) = (2 - 3x)(2 + 3x)$

EXERCICE 13 Résoudre les équations suivantes :

$$(E_1) \quad x^2 + 5x + 6 = 0 \quad (E_2) \quad 4x^2 - 4x + 1 = 0 \quad (E_3) \quad x^2 + 3x = 10$$

$(E_1) \quad x^2 + 5x + 6 = 0$

Son discriminant est $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times 6 = 25 - 24 = 1 > 0$

Ses racines sont $x_1 = \frac{-5 - \sqrt{1}}{2 \times 1} = \frac{-5 - 1}{2} = -3$ et $x_2 = \frac{-5 + \sqrt{1}}{2 \times 1} = \frac{-5 + 1}{2} = -2$

donc $\mathcal{S} = \{-2; -3\}$

$$(E_2) \quad 4x^2 - 4x + 1 = 0$$

Son discriminant est $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 16 - 16 = 0$

Sa racine est $x_0 = \frac{4}{2 \times 4} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

donc $\mathcal{S} = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

$$(E_3) \quad x^2 + 3x = 10. \text{ On commence par lui donner le forme attendue : } x^2 + 3x - 10 = 0$$

Son discriminant est $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times (-10) = 9 + 40 = 49 > 0$

Ses racines sont $x_1 = \frac{-3 - \sqrt{49}}{2 \times 1} = \frac{-3 - 7}{2} = -5$ et $x_2 = \frac{-3 + \sqrt{49}}{2 \times 1} = \frac{-3 + 7}{2} = 2$

donc $\mathcal{S} = \{-5; 2\}$

EXERCICE 14 Déterminer le tableau de signe de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -x^2 - 4x - 3 \text{ puis résoudre } f(x) < 0$$

On recherche ses racines :

Son discriminant est $\Delta = (-4)^2 - 4 \times (-1) \times (-3) = 16 - 12 = 4 > 0$

Ses racines sont $x_1 = \frac{4 - \sqrt{4}}{2 \times (-1)} = \frac{4 - 2}{-2} = -1$ et $x_2 = \frac{4 + \sqrt{4}}{2 \times (-1)} = \frac{4 + 2}{-2} = -3$

Donc $f(x)$ est en fait le produit : $f(x) = (-1)(x + 1)(x + 3)$

On peut alors dresser le tableau de signes :

x	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$
-1	—	—	—	—
$x + 1$	—	0	+	+
$x + 3$	—	—	+	0
$f(x)$	—	0	+	0

On peut alors lire les solutions de $f(x) < 0$: on lit $x \in]-\infty; -3[\cup]-1; +\infty[$

EXERCICE 15 Déterminer l'expression algébrique de la fonction affine vérifiant :

$$f(6) = 12 \text{ et } f(18) = 8 \text{ puis calculer } f(10).$$

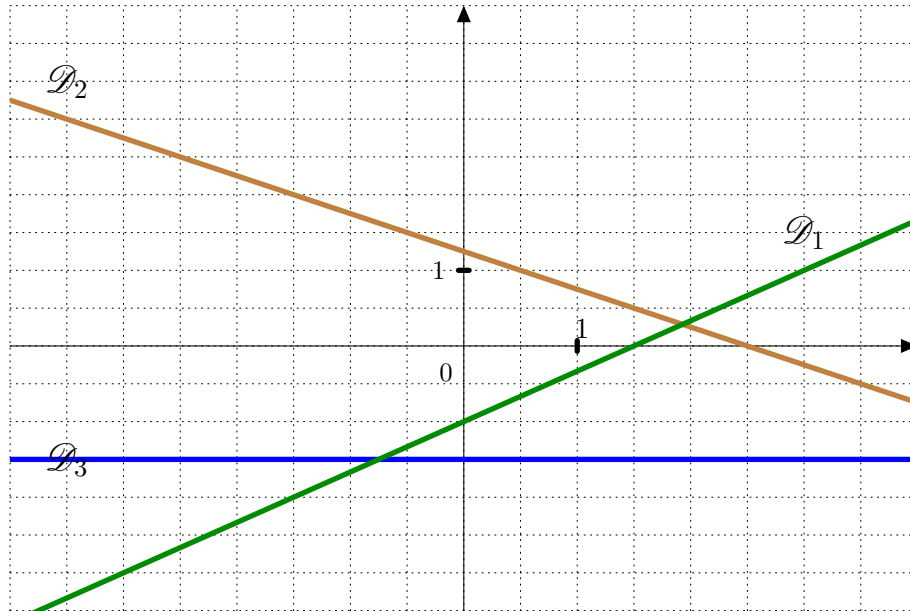
Puisque la fonction est affine, son expression est de la forme : $f(x) = ax + b$

avec $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ et $b = y_A - a \times x_A$

donc $a = \frac{8 - 12}{18 - 6} = \frac{-4}{12} = -\frac{1}{3}$ et $b = 12 - 6 \times \frac{-1}{3} = 12 + 2 = 14$ donc $f(x) = -\frac{1}{3}x + 14$

Puis on peut alors calculer $f(10) = -\frac{10}{3} + 14$ donc $f(10) = \frac{32}{3}$

EXERCICE 16 Déterminer les expressions algébriques des fonctions affines dont les graphes sont dessinés ici :



$\mathcal{D}_3$ est horizontale et passe par $(0; -1.5)$ donc son équation est $y = -1.5$

$\mathcal{D}_1$ passe par $A(-2,5; 2,5)$ et $B(2,5; 0)$

$$\text{donc } a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 2,5}{2,5 - (-2,5)} = \frac{-1}{2} \text{ et } b = y_B - a \times x_B = \frac{5}{4}$$

$$\text{donc son équation est } y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$$

$\mathcal{D}_2$ passe par $C(-1,5; -2)$ et $D(1,5; 0)$

$$\text{donc } a = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{0 - (-2)}{1,5 - (-1,5)} = \frac{2}{3} \text{ et } b = y_D - a \times x_D = -1$$

$$\text{donc son équation est } y = \frac{2}{3}x - 1$$